

МАТЕМАТИКА 2 (за физичаре)

Децембарски рок - 22.12.2020.

1. Израчунати следеће граничне вредности:

а) [10п]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1+2x} - \sqrt[5]{1+3x}}{x}.$$

б) [10п]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^{2x} + b^{2x}}{a^x + b^x} \right)^{\frac{1}{x}}, \quad a > 0, b > 0.$$

Примена Лопиталових правила није дозвољена.

2. а) [10п] Израчунати први и други извод функције $y = y(x)$ дате у параметарском облику $x = te^t + \ln t$ и $y = e^t + t \ln t$, $t > 0$.

б) [10п] Ако је $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x+1}$ доказати да важи следећа једнакост:

$$4f^{(n)}(1) + 4nf^{(n-1)}(1) + n(n-1)f^{(n-2)}(1) = 0,$$

за $n \geq 2$.

3. [20п] Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}.$$

4. а) [10п] Одредити интеграл

$$\int \frac{4x^2 + 3x + 2}{x^3 - 8} dx.$$

б) [10п] Израчунати дужину лука криве $y = \ln \cos x$, $x \in [0, \frac{\pi}{3}]$.

5. [20п] Одредити опште решење диференцијалне једначине $y''' - y'' + 4y' - 4y = 3e^{2x} - 4 \sin 2x$.